

Uniwersytet Jagielloński
Wydział Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej



BADANIA MOŻLIWOŚCI JEDNOCZESNEGO DOKONYWANIA
POMIARÓW ZA POMOCĄ TOMOGRAFU JAGIELLONIAN-PET
ORAZ TOMOGRAFU KOMPUTEROWEGO.

Praca licencjacka na kierunku fizyka doświadczalna

Autor:
Nikodem Krawczyk
Nr indeksu: 1051962

Opiekun pracy:
prof. dr hab. Paweł Moskal

Praca wykonana w Zakładzie Fizyki Jądrowej,
z wykorzystaniem infrastruktury PL-Grid.

Kraków 2015

Oświadczenie autora pracy

Świadom odpowiedzialności prawnej oświadczam, że niniejsza praca dyplomowa została napisana przeze mnie samodzielnie i nie zawiera treści uzyskanych w sposób niezgodny z obowiązującymi przepisami. Oświadczam również, że przedstawiona praca nie była wcześniej przedmiotem procedur związanych z uzyskaniem tytułu zawodowego w wyższej uczelni.

Kraków, dnia

Podpis autora pracy

Oświadczenie kierującego pracą

Potwierdzam, że niniejsza praca została przygotowana pod moim kierunkiem i kwalifikuje się do przedstawienia jej w postępowaniu o nadanie tytułu zawodowego.

Kraków, dnia

Podpis kierującego pracą

Abstrakt

Łączenie różnych typów tomografów pozwala zarówno na uzyskanie dodatkowych informacji diagnostycznych jak i na poprawę rozdzielczości uzyskiwanych obrazów. Fakt ten jest powodem dla którego przeprowadzone zostały badania nad możliwością jednoczesnego wykonywania badań za pomocą tomografu J-PET oraz tomografu komputerowego. W tym celu przeprowadzona została symulacja w pakiecie GATE mająca za zadanie określić wpływ umieszczenia beczki scyntylacyjnej tomografu J-PET wewnątrz tomografu komputerowego na rozdzielczość rekonstruowanego obrazu. Rekonstrukcji dokonano za pomocą algorytmu filtrowanej projekcji wstecznej dla 50, 100, 150, 300, 450 oraz 900 projekcji zarówno dla tomografu komputerowego z umieszczoną wewnątrz niego beczką scyntylacyjną oraz bez niej. Z uzyskanych wyników widać, że dla nie-dużej liczby projekcji z których dokonywana była rekonstrukcja, zgodnie z przewidywaniami, zaobserwować można spadek rozdzielczości. Jednak wraz ze wzrostem ilości projekcji użytych o rekonstrukcji obrazu różnice w rozdzielczości stają się niewielkie. Wyniki takie pozwalają wysnuć tezę, że umieszczenie beczki scyntylacyjnej wewnątrz tomografu komputerowego nie wpłynie na pogorszenie rozdzielczości uzyskiwanych w nim obrazów.

Wstęp

Pozytonowa tomografia emisyjna jest metodą diagnostyczną stosowaną w wielu różnych dziedzinach medycyny. Umożliwia ona obrazowanie funkcjonowania organizmu poprzez badanie kwantów gamma pochodzących z anihilacji pary elektron-pozyton. W aktualnie produkowanych pozytonowych tomografach emisyjnych jako detektory promieniowania stosowane są kryształy scyntylacyjne. Ze względu na ich wysoki koszt cena takiego urządzenia jest niezmiernie wysoka. Tomograf Jagiellonian-PET jest prototypowym pozytonowym tomografem emisyjnym budowanym na Wydziale Fizyki Uniwersytetu Jagiellońskiego w którym do detekcji promieniowania gamma używane są scyntylatory organiczne. Są one znacznie tańsze niż kryształy scyntylacyjne oraz pozwalają na dokładniejsze pomiary czasów rejestracji cząstek kosztem wydajności detekcji. Właściwości te umożliwiają budowę tańszego oraz, dzięki zastosowaniu metody czasu przelotu, dokładniejszego urządzenia, o innej geometrii. Połączenie tomografu PET z tomografami umożliwiającymi badanie struktur ciała pacjenta pozwala na pozyskanie wielu dodatkowych informacji diagnostycznych oraz poprawę jakości rekonstruowanych obrazów.

Celem tej pracy było oszacowanie wpływu umieszczenia tomografu J-PET wewnątrz tomografu komputerowego na obraz rekonstruowany w skanerze CT. Podstawowe pytanie na które poszukiwana była odpowiedź to czy ewentualny spadek rozdzielczości rekonstruowanego obrazu będzie na tyle mały by możliwe było połączenie dwóch tomografów w taki sposób.

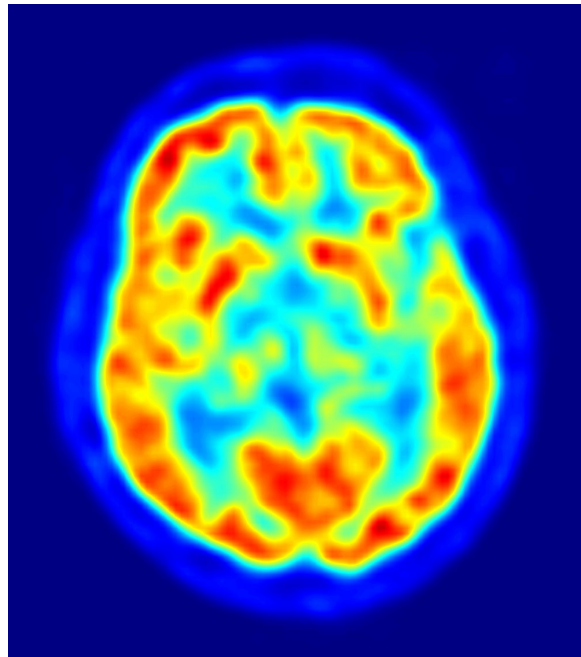
1 Pozytonowa tomografia emisyjna

Pozytonowa tomografia emisyjna (PET - Positron Emission Tomography) jest nieinwazyjną metodą diagnostyczną, wykorzystywaną w ocenie procesów metabolicznych w organizmie (tzw. obrazy funkcjonalne). Metoda ta pozwala na badanie i obrazowanie patofizjologii poprzez detekcję rozkładu radiofarmaceutyków, znakowanych krótkożyłymi izotopami ulegającymi rozpadowi β^+ . Technika ta znajduje szerokie zastosowanie w onkologii, neurologii, psychiatrii, neuropsychologii czy kardiologii, gdzie jest wykorzystywana nie tylko jako urządzenie diagnostyczne, lecz także wspomaga postęp badań nad chorobami oraz nowymi lekami.

Badanie odbywa się następująco: do organizmu wprowadza się związek chemiczny z oczekiwaną zwiększoną biologiczną aktywnością w ogniskach patologicznych. Związek ten jest znakowany radioaktywnym izotopem (np. deoxy-glukoza znakowana fluorem ^{18}F), który emituje pozyton w rozpadowi β^+ . Pozyton niemal natychmiast anihiluje z elektronem z otoczenia, w wyniku czego powstają dwa kwanty gamma rozbiegające się pod kątem 180° w układzie środka masy pary elektron-pozyton. Kwanty gamma pochodzące z anihilacji są rejestrowane przez odpowiednio umieszczone detektory, następnie z zebranych danych rekonstruowany jest przestrzenny rozkład radioaktywnej substancji. Obrazy mogą być przedstawiane zarówno w dwóch wymiarach (przekrój przez ciało pacjenta) jak i w pełnym, trójwymiarowym obrazie przedstawiającym rozkład radioaktywnej substancji, a także zależność rozkładu od czasu.

Wśród stosowanych radiofarmaceutyków szczególne znaczenie mają te, które znakowane są radioizotopem ^{18}F , ponieważ jest to atom który występuje naturalnie w ciele człowieka, jego średni oraz maksymalny zasięg w tkance są niewielkie a czas połowicznego rozpadu na tyle długi, że umożliwia jego przenoszenie.

Technika PET przyczyniła się do rozwiązania szeregu problemów z zakresu patofizjologii chorób różnych narządów, pozwala na wczesną diagnozę chorób takich jak Alzheimer. Jej znaczenie w badaniach diagnostycznych oraz naukowych badaniach klinicznych jest coraz większe [1].



Rysunek 1: Obraz mózgu wykonany za pomocą pozytonowego tomografu emisyjnego. Rysunek pochodzi ze strony internetowej https://pl.wikipedia.org/wiki/Pozytonowa_emisyjna_tomografia_komputerowa

Izotop	Maksymalna energia (MeV)	Średnia energia (MeV)	Średni zasięg pozytonu (mm)	Maksymalny zasięg pozytonu (mm)	Czas połowicznego rozpadu (min)
^{18}F	0.635	0.250	0.35	2.3	109.8
^{11}C	0.96	0.386	0.56	4.1	20.3
^{13}N	1.19	0.492	0.72	5.2	9.97
^{15}O	1.72	0.735	1.1	8.1	2.04
^{68}Ga	1.90	0.836	1.1	9.4	67.71
^{82}Rb	3.35	1.52	2.4	16.7	1.3

Tabela 1: Energie i zasięgi w tkance pozytonu pochodzącego z rozpadu β^+ poszczególnych izotopów promieniotwórczych.

2 Zasada działania i budowa pozytonowego tomografu komputerowego

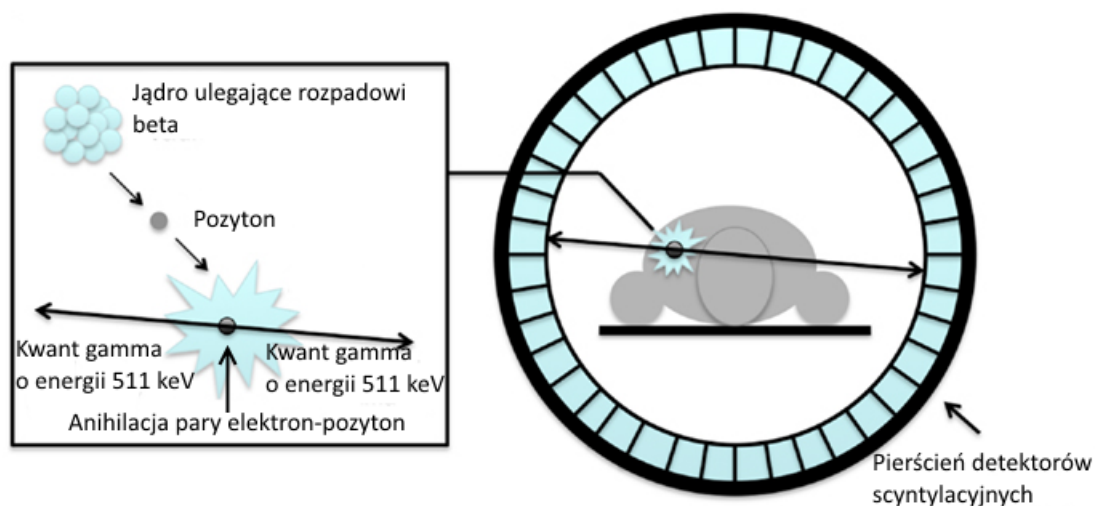
W pozytonowej tomografii emisyjnej używa się izotopów promieniotwórczych ulegających rozpadowi β^+ (przykład takich izotopów w Tabeli 1):



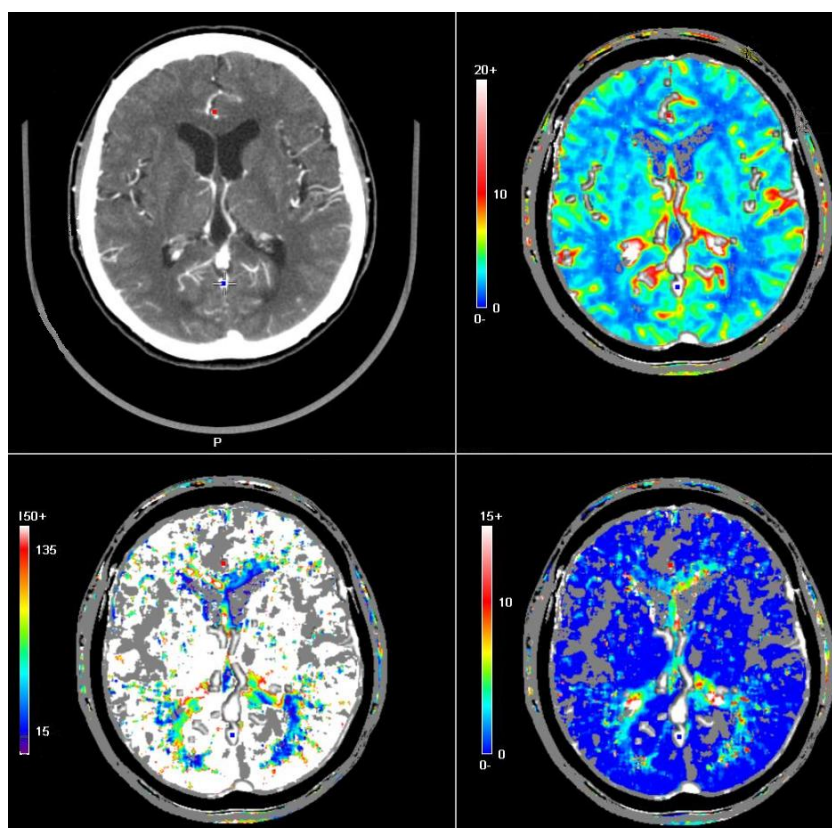
Podczas tego rozpadu emitowane są: pozyton oraz neutrino elektronowe. Pozyton następnie hamuje w ciele człowieka, pokonując niewielką odległość (kilka milimetrów - zależnie od użytego pierwiastka, dla najczęściej używanego fluoru ^{18}F maksymalny zasięg to 2,3mm), po czym anihiluje z elektronem. W procesie anihilacji tworzone są dwa kwanty gamma o energii $511keV$ każdy, rozbiegające się pod kątem 180° w układzie środka masy pary elektron-pozyton. Cząstki te są rejestrowane w koincydencji przez pierścień detektorów składających się z kryształów scyntylacyjnych.

3 Tomografia komputerowa

Tomografia komputerowa (CT - computed tomography) jest rodzajem tomografii wykorzystującej zjawisko osłabiania fal rentgenowskich przechodzących przez tkanki. Wykorzystuje ona złożenie projekcji obiektu wykonanych z różnych kierunków do utworzenia obrazów przekrojowych (2D) i przestrzennych (3D). Badanie za pomocą tomografu komputerowego polega na prześwietleniu danego odcinka ciała wiązką promieni X , oraz pomiarze ich



Rysunek 2: Schemat pokazuje zasadę działania pozytonowego tomografu emisyjnego. Kwanty gamma powstałe z anihilacji elektronu z pozytonem wewnątrz ciała pacjenta rozbiegają się pod kątem 180° w układzie środka masy pary elektron-pozyton, następnie są rejestrowane w koincydencji przez pierścień detektorów. Rysunek zaadoptowany ze strony http://www.lookfordiagnosis.com/mesh_info.php?term=Positron-Emission+Tomography&lang=1



Rysunek 3: Obraz mózgu wykonany za pomocą tomografu komputerowego. W lewym górnym rogu pokazany został obraz w odcieniach szarości, natomiast kontrast na kolejnych obrazach został ustawiony, by uwypuklić interesujące cechy. Rysunek pochodzi ze strony internetowej <http://www.cedars-sinai.edu/Patients/Programs-and-Services/Imaging-Center/For-Physicians/Neuroradiology/Images/CT-Brain-Perfusion2-11791.jpg>

pochłaniania przez tkanki o różnej gęstości, co pozwala na uzyskanie obrazu o różnych odcieniach szarości - inaczej wyglądają tkanki zawierające powietrze (minimalne osłabienie promieniowania, ciemniejszy obraz), ina-

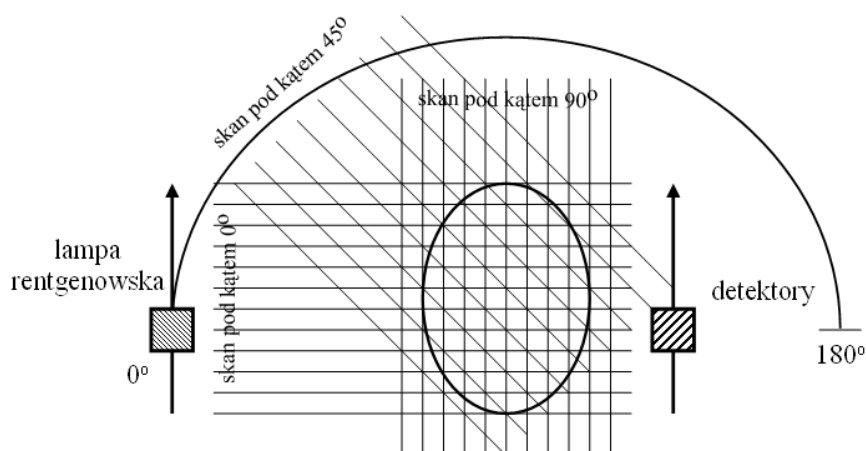
czej narządy miękkie, a inaczej kości, zwapnienia i zęby (bardzo jasny obraz). Często, celem zwiększenia kontrastu, zamiast czarno-białego obrazu używa się obrazów kolorowych (rys. 3).

3.1 Zasada działania oraz budowa tomografu komputerowego

Zasada działania tomografu komputerowego jest bardzo prosta. Lampa rentgenowska emituje promieniowanie X które przenika przez pacjenta a następnie jest rejestrowana przez detektor. Licząc stosunek natężenia wiązki emitowanego promieniowania do natężenia zarejestrowanej wiązki można określić współczynnik osłabienia wiązki. Mając wiele takich projekcji przez ciało pacjenta można stworzyć dwu i trójwymiarowe obrazy struktury wewnętrznej pacjenta.

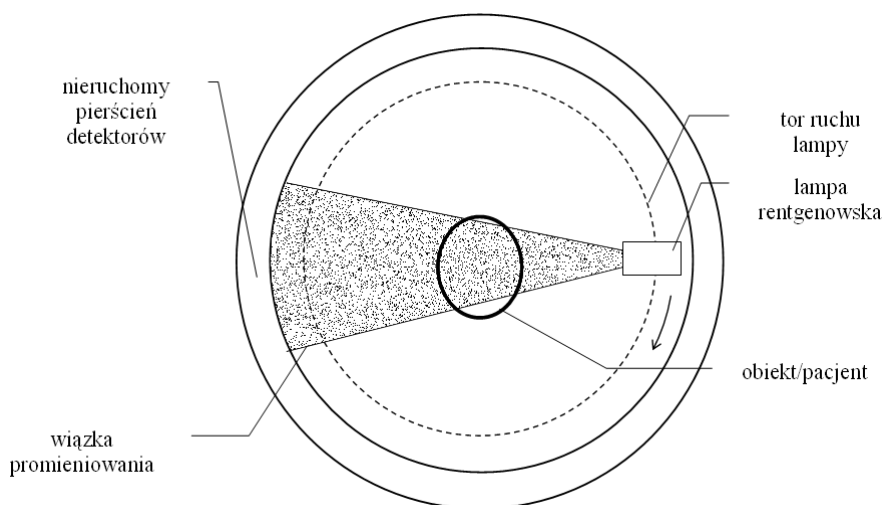
3.1.1 Tomograf I generacji

Tomografy pierwszej generacji składały się z lampy rentgenowskiej emitującej ciekłą wiązkę promieniowania X padającą na jeden lub dwa detektory nieruchome względem lampy rentgenowskiej. Wykonywały one ruch translacyjny wzdłuż pacjenta wykonując serię naświetlań (projekcje), następnie obracały się o pewien kąt wokół pacjenta powtarzając procedurę.



Rysunek 4: Schemat działania tomografu komputerowego pierwszej generacji. Rysunek pochodzi ze strony internetowej https://pl.wikipedia.org/wiki/Tomografia_komputerowa

3.1.2 Tomograf IV generacji

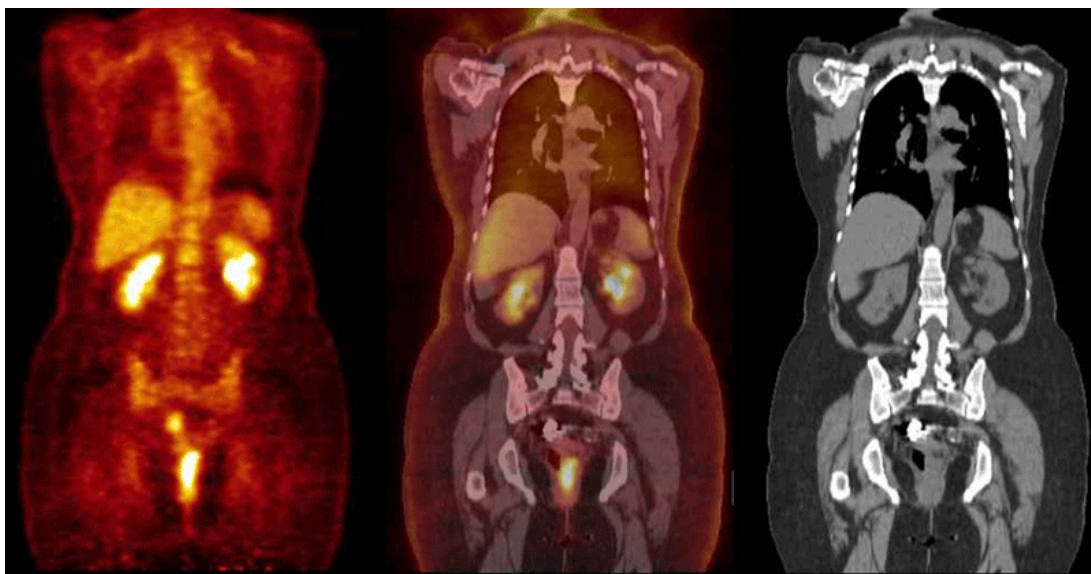


Rysunek 5: Schemat działania tomografu komputerowego czwartej generacji. Rysunek pochodzi ze strony internetowej https://pl.wikipedia.org/wiki/Tomografia_komputerowa

Tomografy czwartej generacji składają się z nieruchomego pierścienia detektorów oraz lampy rentgenowskiej emitującej promieniowanie X w kształcie wachlarza. Lampa ta wykonuje ruch obrotowy wokół pacjenta (obecnie również ruch postępowy wzdłuż ciała pacjenta, wraz z pierścieniem detektorów kreśląc spiralę - Helical CT).

4 Skaner PET-CT

Jednoczesne wykonywanie pomiarów dwoma różnymi typami tomografów dostarcza wielu dodatkowych informacji diagnostycznych. Tomograf komputerowy dostarcza informację o anatomii pacjenta, natomiast pozytonowy tomograf emisyjny dostarcza informacji o metabolizmie (rys. 6). Połączenie tych dwóch obrazów pozwala na postawienie precyzyjnej diagnozy oraz wspomaga leczenie [17].



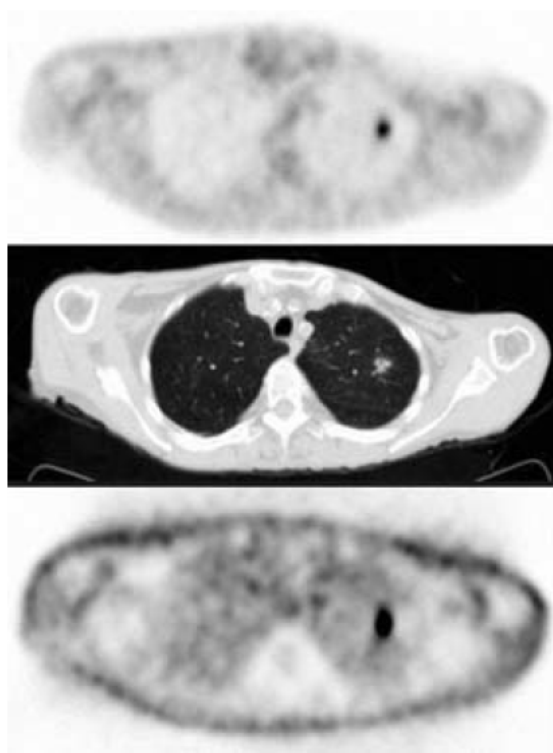
Rysunek 6: Środkowy obraz pokazuje efekt połączenia tomografu komputerowego i pozytonowego tomografu emisyjnego. Obraz po lewej uzyskany został za pomocą pozytonowego tomografu emisyjnego, obraz po prawej za pomocą tomografu komputerowego. Rysunek pochodzi ze strony <http://www.citrusdiagnosticcenter.com/pt118pt279.gif>

Drugi z powodów połączenia tych dwóch tomografów to korekcja pochłaniania. Część kwantów gamma powstałych w wyniku anihilacji pary elektron-pozyton zostanie pochłonięta zanim opuści ciało pacjenta. Tomograf komputerowy umożliwia zmierzenie współczynnika pochłaniania i na jego podstawie dokonania korekcji obrazu powstałego w pozytonowym tomografie emisyjnym (rys. 7).

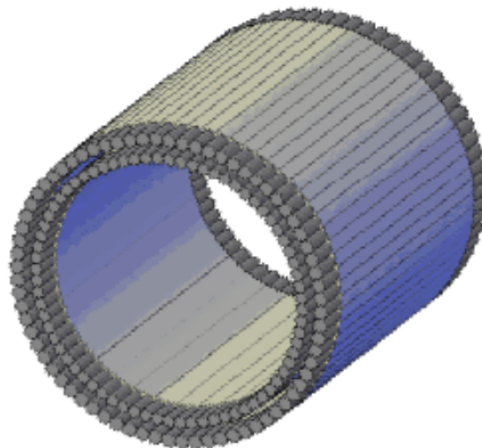
5 Jagiellonian-PET

J-PET (Jagiellonian-PET) to prototypowy pozytonowy tomograf emisyjny wykorzystujący organiczne materiały scyntylacyjne (rys. 8), znacznie obniżające koszt wytworzenia tomografu, oraz zwiększający szybkość i efektywność rekonstrukcji obrazu dzięki zastosowaniu metody czasu przelotu [6, 7].

Obecnie budowane skanery PET-CT nie dają możliwości jednoczesnego badania tego samego obszaru pacjenta. Dany obszar najpierw poddawany jest badaniu tomografem komputerowym, następnie przesuwany i poddawany badaniu pozytonowym tomografem emisyjnym. J-PET umożliwia wykonywanie badania danego obszaru ciała pacjenta w tym samym czasie, bez konieczności przesuwania pacjenta [10]. Konstrukcja beczki scyntylacyjnej wymaga jednak, by tomograf J-PET umieszczony został wewnątrz tomografu komputerowego. Działanie takie może spowodować pogorszenie jakości rekonstruowanego obrazu tomografu komputerowego. Wykonano więc symulacje mające na celu określenie jak duży jest wpływ beczki scyntylacyjnej na rekonstruowany obraz.



Rysunek 7: Korekcja pochłaniania. Środkowy obraz pokazuje przekrój przez płuca człowieka wykonany za pomocą tomografu komputerowego. Dolny obraz pokazuje ten sam przekrój wykonany za pomocą pozytonowego tomografu emisyjnego, bez korekcji pochłaniania, górny - z korekcją. Rysunek pochodzi z książki [2]



Rysunek 8: Schemat beczki scyntylacyjnej tomografu J-PET. Rysunek pochodzi se strony internetowej <http://koza.if.uj.edu.pl/pet/>

6 Teoretyczne podstawy rekonstrukcji obrazu powstałego w tomografii komputerowym

6.1 Transformata Radona oraz projekcje

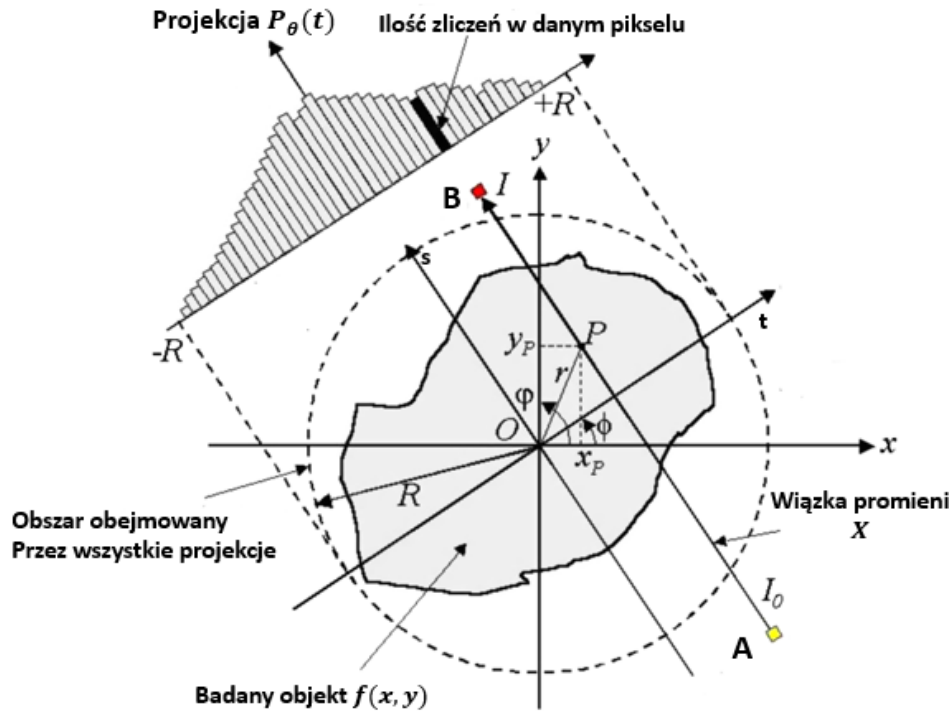
W roku 1917 austriacki matematyk Johann Radon udowodnił, że można w sposób zupełny odtworzyć obrazy dwu i trójwymiarowe obiektu z nieskończonej liczby projekcji tego przedmiotu [11]. Zdefiniował także transformatę

całkową, nazwaną jego imieniem transformatą Radona, jako:

$$Rf(L) := \int_L f(\mathbf{x}) |d\mathbf{x}|, \quad (2)$$

gdzie $f(\mathbf{x}) = f(x, y)$ jest pewną funkcją, a L prostą wzdłuż której dokonuje się całkowania.

Transformatę Radona powiązać można z obrazami powstałymi w wyniku naświetlań promieniami X w następujący sposób: rozważmy pewien obiekt opisany przez dwuwymiarową funkcję $f(x, y)$ oraz jego całkę wzdłuż linii AB (rys. 9)



Rysunek 9: Schematyczne rozmieszczenie układu tomografu komputerowego pierwszej generacji. Osie x, y reprezentują układ związany z badanym obiektem, osie t, s - obracającym się układem detekcyjnym. Projekcje zbudowane są z natężeń wiązki promieni X w każdym z pikseli. Wpływ na osłabienie wiązki w danym pikselu mają wszystkie takie punkty P , które leżą na prostej łączącej lampę rentgenowską z detektorem (prosta AB).

Mamy tutaj dwa układy współrzędnych: (x, y) związany z obiektem, oraz (t, s) związany z układem lampy rentgenowskiej-detektor poruszającym się wokół badanego obiektu. Układy te mają wspólny środek, więc transformacja między nimi dana jest prostą macierzą obrotu:

$$\begin{bmatrix} t \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (3)$$

Cała wzdłuż linii AB zdefiniowana jako:

$$P_\theta(t_i) = \int_{AB} f(x, y) ds = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - t_i) dx dy = \int_{-\infty}^{\infty} f(t_i, s) ds \quad (4)$$

jest transformatą Radona funkcji $f(x, y)$. Symbol $P_\theta(t_i)$ oznacza, że całkowanie odbywa się wzdłuż linii $x \cos \theta + y \sin \theta = t_i$.

Projekcja tworzona jest przez zbiór takich transformat. Najprostsza projekcja (która będzie rozważana w tej pracy) to zbiór całek tworzonych przez równoległe promienie, czyli zbiór takich $P_\theta(t_i)$, że θ jest stałe, tzn. $P_\theta(t) = \{P_\theta(t_i) : \theta = const.\}$

Tomografia komputerowa ma na celu wykonanie dwu- lub trójwymiarowej mapy liniowego współczynnika pochłaniania promieniowania gamma. Promieniowanie to przechodząc przez materię ulega osłabieniu. Natężenie wiązki po przejściu dane jest wzorem:

$$I = I_0 \exp(-\mu x) \quad (5)$$

gdzie jako I_0 oznaczyliśmy natężenie wiązki padającej, μ to współczynnik pochłaniania promieniowania przez daną substancję (założyliśmy, że jest on stały), a x to grubość danej substancji. Zastosujemy teraz ten wzór do sytuacji z rysunku 9. Natężenie wiązki emitowanej przez lampę rentgenowską (kolor żółty) zarejestrowane w detektorze (kolor czerwony) dane jest wzorem:

$$I = I_0 \exp \left(- \int_{AB} \mu(x, y) ds \right) \quad (6)$$

Równanie to można przepisać do następującej postaci:

$$\int_{AB} \mu(x, y) ds = \ln \left(\frac{I_0}{I} \right) = \lambda_\theta(t) \quad (7)$$

skąd widać, że funkcja $\lambda_\theta(t)$ jest transformatą Radona funkcji $\mu(x, y)$

6.2 Twierdzenie Fouriera o przekrojach

Twierdzenie Fouriera o przekrojach (Fourier Slice Theorem) jest twierdzeniem łączącym teorię Fouriera z projekcjami, odgrywa ono znaczącą rolę w algorytmach rekonstrukcji obrazu [12, 13]. Przedstawienie tego twierdzenia zaczniemy od zdefiniowania dwuwymiarowej transformaty Fouriera funkcji $f(x, y)$:

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp(-2\pi i(xu + yv)) dx dy \quad (8)$$

Kolejnym krokiem jest zdefiniowanie jednowymiarowej transformaty Fouriera projekcji dla danego kąta θ :

$$S_\theta(w) = \int_{-\infty}^{\infty} P_\theta(t) \exp(-2\pi iwt) dt \quad (9)$$

Równanie to można przepisać, korzystając z równania (4):

$$S_\theta(w) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(t, s) ds \right] \exp(-2\pi iwt) dt \quad (10)$$

Wynik ten może być przetransformowany do układu (x, y) :

$$t = x \cos \theta + y \sin \theta \quad (11)$$

$$S_\theta(w) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \exp(-2\pi iw(x \cos \theta + y \sin \theta)) dx dy \quad (12)$$

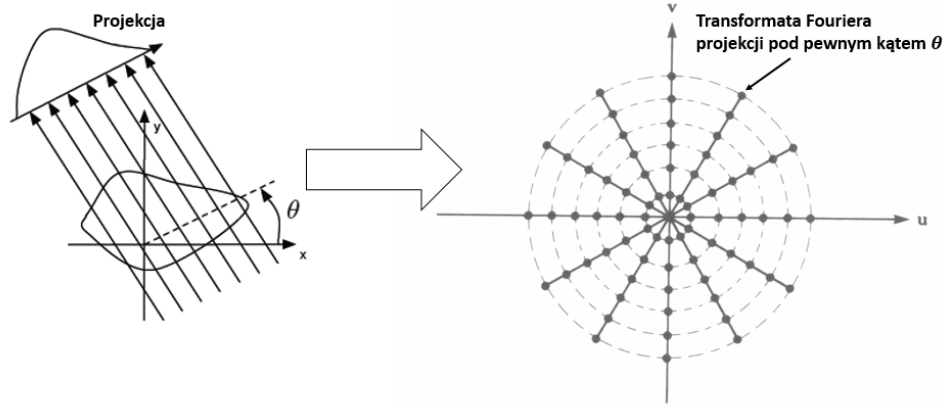
Prawa strona powyższego równania reprezentuje dwuwymiarową transformatę Fouriera funkcji $f(x, y)$ natomiast lewa jednowymiarową transformatę Fouriera jej projekcji, czyli:

$$S_\theta(w) = F(w, \theta) = F(w \cos \theta, w \sin \theta) \quad (13)$$

Wynik ten jest podstawą rekonstrukcji obrazu - pokazuje on, że biorąc projekcje funkcji $f(x, y)$ pod pewnymi kątami $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n$ oraz dokonując ich transformatę Fouriera możemy wyznaczyć wartość funkcji $F(u, v)$ na pewnych prostych przechodzących przez środek układu (u, v) (rys. 10). Dokonując nieskończonej ilości projekcji można wyznaczyć funkcję $F(u, v)$ na całej przestrzeni (u, v) a następnie, dokonując odwrotnej transformaty Fouriera, odzyskać funkcję $f(x, y)$

6.3 Algorytm filtrowanej projekcji wstecznej

Powstało wiele różnych algorytmów rekonstrukcji obrazu, bazujących na różnych podejściach: algorytmy iteracyjne, algebraiczne czy analityczne. Do rekonstrukcji obrazu w tej pracy wybrany został algorytm filtrowanej projekcji wstecznej, ponieważ w roku 1974 panowie Shepp i Logan pokazali, że daje on najlepsze wyniki [15] a obecnie niemal wszystkie komercyjne tomografy używają go do rekonstrukcji obrazu [14].



Rysunek 10: Rysunek obrazujący twierdzenie Fouriera o przekrojach - łączy ono transformatę Fouriera projekcji pewnego obiektu $f(x, y)$ z przekrojem dwuwymiarowej transformaty Fouriera tego obiektu.

Jak wynika z twierdzenia Fouriera o przekrojach, funkcję $f(x, y)$ opisującą pewien obiekt można uzyskać wykonując odwrotną transformatę Fouriera. Dwuwymiarowa transformata Fouriera funkcji $F(u, v)$ dana jest:

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) \exp(2\pi i(xu + yv)) du dv \quad (14)$$

Zmieniając prostokątny układ współrzędnych w dziedzinie częstości (u, v) na układ biegunowy (w, θ) , dokonamy podstawienia:

$$u = w \cos \theta \quad (15)$$

$$v = w \sin \theta \quad (16)$$

równanie (14) można zapisać jako:

$$f(x, y) = \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(w, \theta) \exp(2\pi i w(x \cos \theta + y \sin \theta)) w dw d\theta \quad (17)$$

Całkę tą można rozbić na dwie jako całkę po kącie θ od 0 do π oraz od π do 2π :

$$f(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(w, \theta) \exp(2\pi i w(x \cos \theta + y \sin \theta)) w dw d\theta \quad (18)$$

$$+ \int_{\pi}^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(w, \theta + \pi) \exp(2\pi i w(x \cos(\theta + \pi) + y \sin(\theta + \pi))) w dw d\theta \quad (19)$$

Korzystając z własności funkcji trygonometrycznych oraz z faktu, że $F(w, \theta + \pi) = F(-w, \theta)$ powyższy wzór może być przepisany jako:

$$f(x, y) = \int_0^{\pi} \left[\int_{-\infty}^{\infty} F(w, \theta) |w| \exp(2\pi i w(x \cos \theta + y \sin \theta)) dw \right] d\theta \quad (20)$$

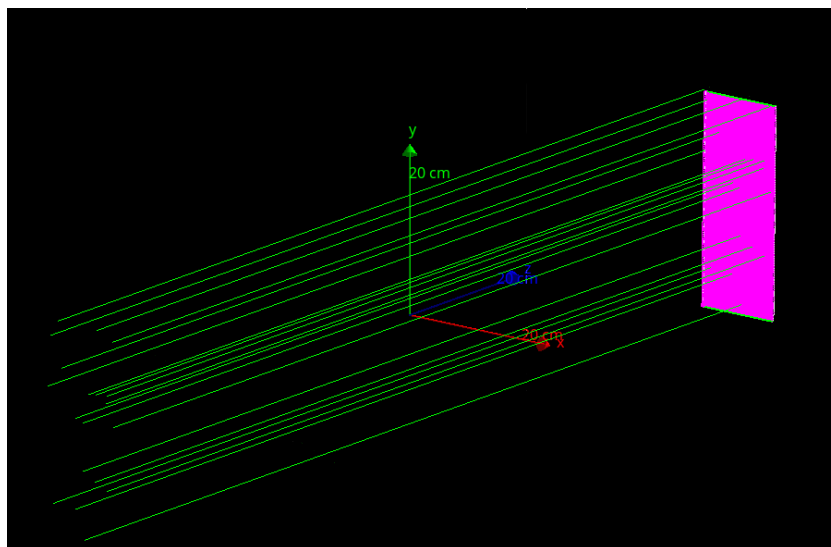
Jeśli za dwuwymiarową transformatę Fouriera podstawimy transformatę projekcji $S_{\theta}(w)$ otrzymamy:

$$f(x, y) = \int_0^{\pi} \left[\int_{-\infty}^{\infty} S_{\theta}(w) |w| \exp(2\pi i w(x \cos \theta + y \sin \theta)) dw \right] d\theta \quad (21)$$

$$f(x, y) = \int_0^{\pi} Q_{\theta}(x \cos \theta + y \sin \theta) d\theta \quad (22)$$

W powyższych równaniach mnożymy transformatę Fouriera projekcji przez filtr $|w|$ stad też funkcja Q_{θ} nazywana jest "filtrowaną projekcją" która następnie używana jest do dokonania wstecznej projekcji celem wyznaczenia funkcji $f(x, y)$ badanego obiektu.

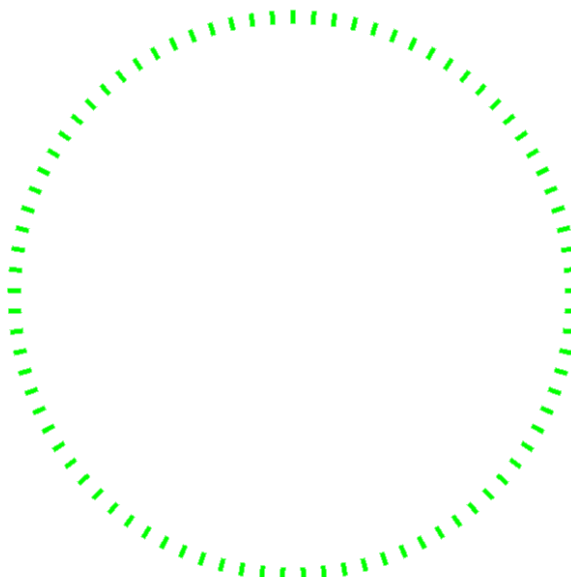
7 Symulacja w środowisku GATE



Rysunek 11: Układ detekcyjny. Kolorem niebieskim zaznaczono matrycę detektora składającą się z 250x100 pikseli. Niebieskie linie odpowiadają promieniom X emitowanym przez źródło w kształcie płaszczyzny o wymiarach 25x10cm - takich jak matryca detektora.

GATE (Geant4 Application for Tomographic Emission) jest zaawansowanym, otwartym środowiskiem przeznaczonym do tworzenia symulacji radioterapii oraz obrazowania medycznego. Aktualnie umożliwia tworzenie symulacji tomografii emisyjnej - zarówno pozytonowej tomografii emisyjnej jak i tomografii emisyjnej pojedynczych fotonów (SPECT - Single-Photon Emission Computed Tomography), tomografii komputerowej oraz radioterapii (gdzie umożliwia np. oszacowanie dawki promieniowania deponowanej w pacjencie)

7.1 Konstrukcja układu detekcyjnego



Rysunek 12: Przekrój przez beczkę scyntylicyjną. Na rysunku widać 85 scyntylatorów o wymiarach 7x19mm, średnica beczki to 80mm. Wewnątrz umieszczony został fantom Derenzo.

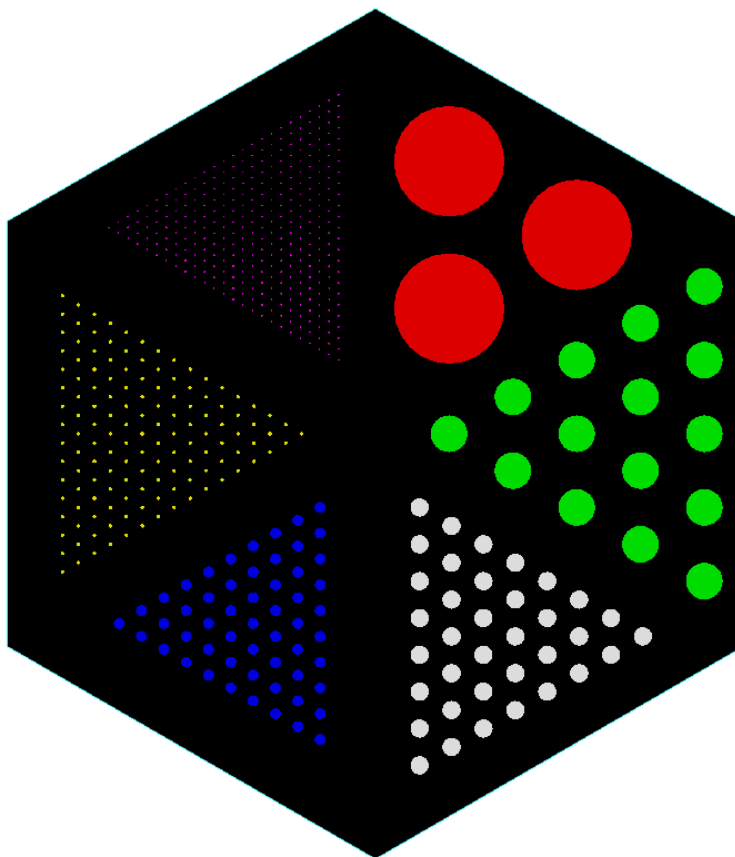
GATE, podobnie jak Geant4, umożliwia zarówno zdefiniowanie dowolnej geometrii układu detekcyjnego, jak również materiałów z których składa się detektor. W tej symulacji konstrukcja tomografu komputerowego była możliwie jak najprostsza. Wzorowano się na konstrukcji tomografów pierwszej generacji, ponieważ rekonstrukcja

obrazu z projekcji utworzonych z równoległych wiązek jest najmniej skomplikowana. Z braku ograniczeń technicznych dokonano jednak zmiany geometrii lampy rentgenowskiej - zamiast lampy emitującej wąską wiązkę promieni X , tak jak w tomografach pierwszej generacji, użyto płaszczyzny o wymiarach takich jak matryca detektora, emitującej równoległe wiązki promieniowania tak, by jednocześnie oświetlać cały detektor (rys. 11).

Zaprojektowany w tej symulacji tomograf komputerowy składał się z matrycy o wymiarach 25x10x3cm podzielonej na piksele. Każdy piksel to kryształ scyntylacyjny LSO o wymiarach 1x1x30mm a cała matryca składała się z 25000 pikseli. Dokonano dwóch symulacji - w pierwszej wewnątrz układu detekcyjnego umieszczono pewien fantom, w drugiej dodano również beczkę scyntylacyjną. Wynikiem każdej z tych symulacji była liczba zarejestrowanych kwantów gamma w każdym z pikseli po przejściu przez dany obiekt dla kątów naświetlania $[0^\circ, 180^\circ]$ z krokiem co 0.2° .

7.2 Używane fantomy

W medycynie fantomem nazywa się pewien model anatomiczny używany głównie do demonstracji lub ćwiczeń np. w wykonywaniu zabiegów chirurgicznych. W tym przypadku fantom używany był do określenia zdolności rozdzielczej detektora - jednym z fantomów które to umożliwiają to fantom Derenzo [16]. Składa się on z sześciu obszarów, w każdym z nich znajduje się kilka walców (w przypadku rekonstrukcji 2D) bądź kul (w przypadku rekonstrukcji 3D), o średnicy zależnej od obszaru w którym się znajdują.



Rysunek 13: Fantom Derenzo (dwuwymiarowy przekrój). Składa się on z sześciokąta foremnego o boku 12cm wewnątrz którego umieszczone są walce o średnicach: kolor czerwony - 3cm, zielony - 1cm, biały 0.5cm, niebieski - 3mm żółty - 1mm, różowy - 0.5mm

W przeprowadzonej symulacji fantom miał kształt sześciokąta foremnego o boku długości 12cm, zdefiniowany został jako składający się z tkanki ludzkiej, z umieszczonymi wewnątrz walcami o średnicach 3cm, 1cm, 0.5cm, 3mm, 1mm oraz 0.5mm a materiał z jakiego się składał został zdefiniowany jako kość ludzka. Fantom

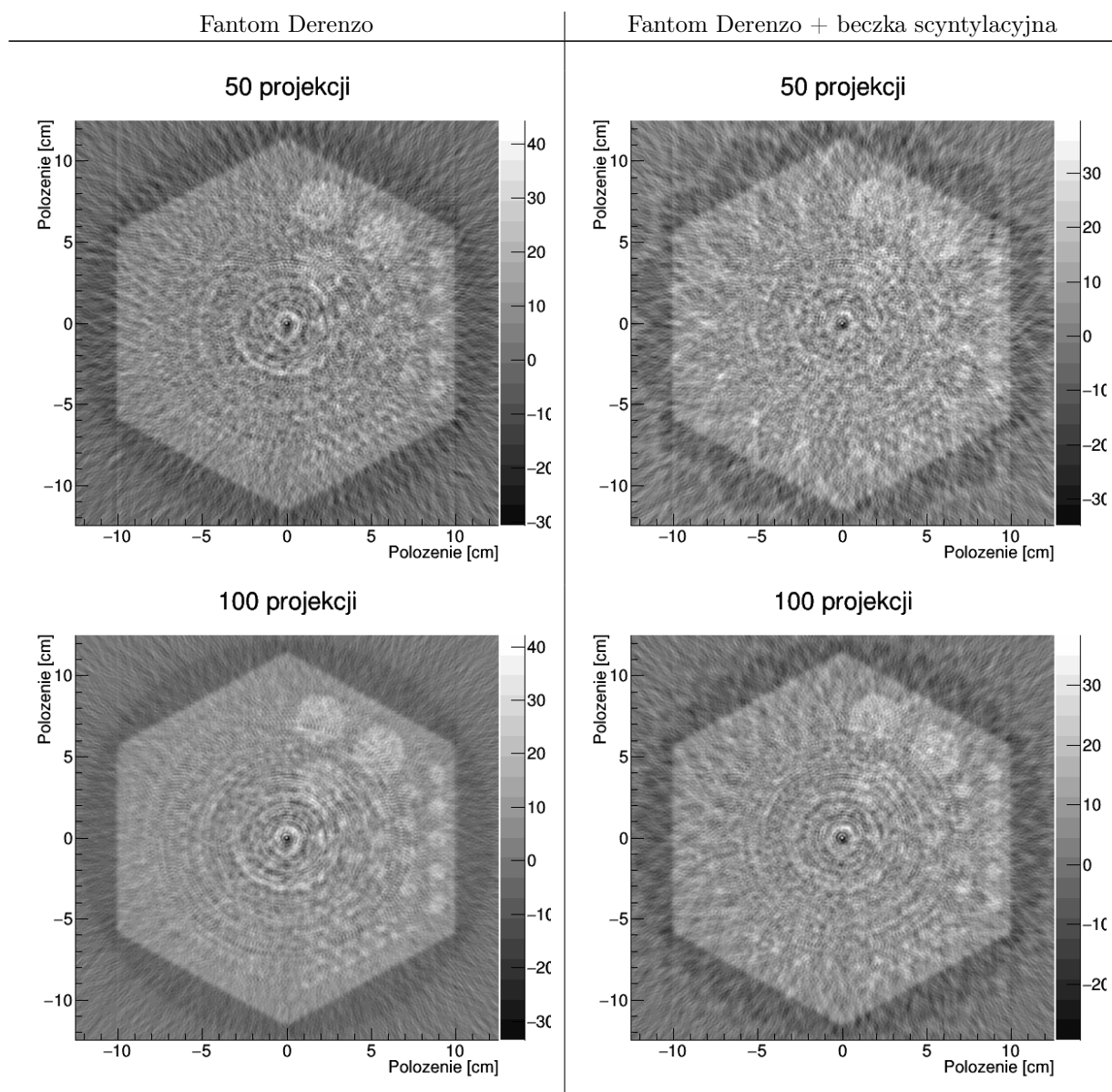
miał jednocześnie umożliwiać określenie zdolności rozdzielczej jak i odtwarzać ludzkie ciało stąd też taki dobór materiałów.

W drugiej symulacji do układu dodano beczkę scyntylacyjną (rys. 12) składającą się z 85 pasków scyntylatora o wymiarach 7x19x500mm, zbudowanych z poliwinylotoluenu. Średnica beczki to 80 cm.

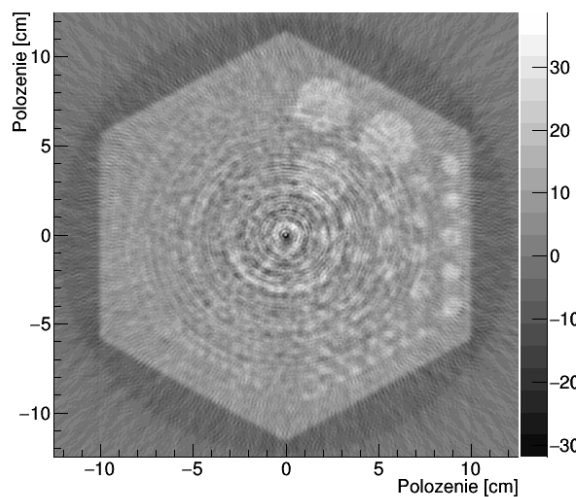
8 Wyniki symulacji

Dane zebrane podczas symulacji zostały wykorzystane do rekonstrukcji obrazu z różnych ilości projekcji. Dokonano rekonstrukcji dla 50, 100, 150, 300, 450 oraz 900 projekcji, czyli dla kątów $[0^\circ, 180^\circ)$ z krokiem co $3.6^\circ, 1.8^\circ, 1.2^\circ, 0.6^\circ, 0.4^\circ$ oraz 0.2° zarówno dla fantomu Derenzo jak i fantomu umieszczonego wewnątrz beczki scyntylacyjnej. Dokonano jedynie rekonstrukcji 2D ponieważ poprzez użycie równoległych wiązek promieniowania kolejny wymiar (jedyny wokół którego źródło oraz detektor nie obracają się) mógłby być dodany tylko jako kolejne dwuwymiarowe obrazy - zrekonstruowany obraz 3D składałby się tym przypadku ze 100 dwuwymiarowych obrazów.

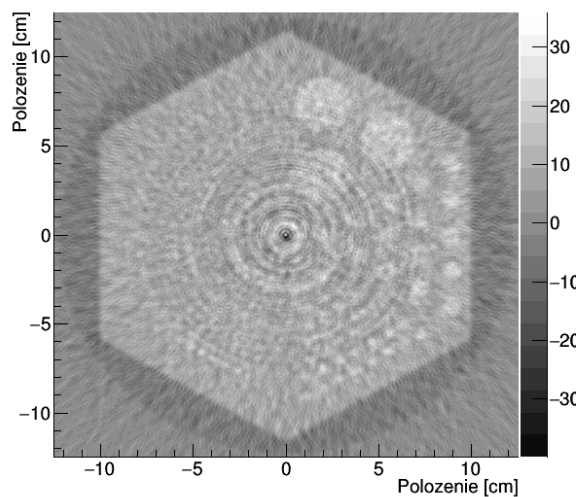
Wyniki w postaci obrazków zrekonstruowanego fantomu Derenzo zaprezentowano poniżej, w lewej kolumnie dla symulacji z samym fantomem, w prawej dla symulacji z fantomem wewnątrz beczki scyntylacyjnej.



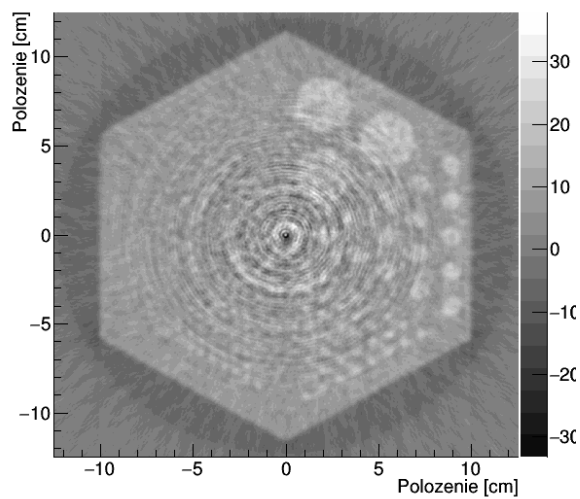
150 projekcji



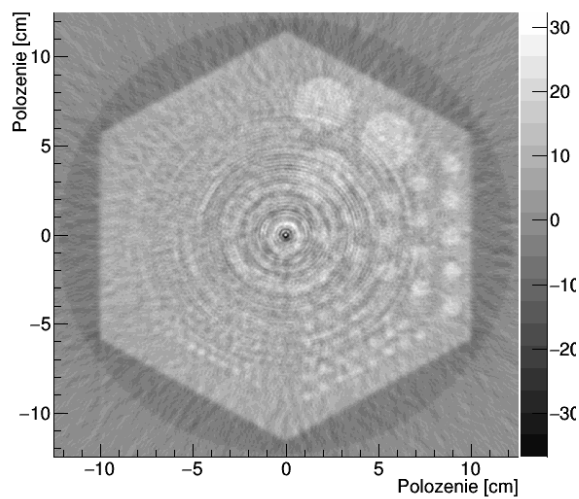
150 projekcji



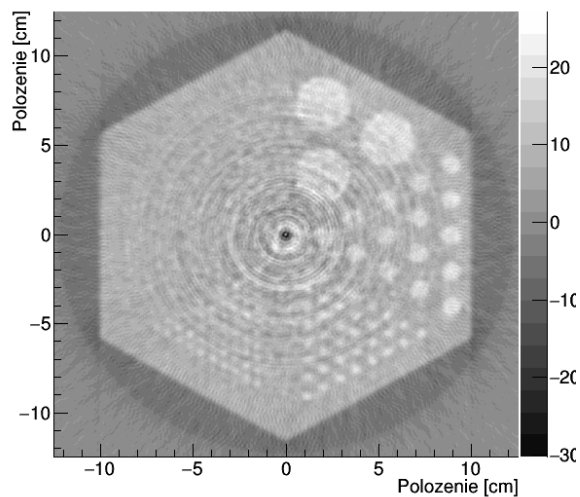
300 projekcji



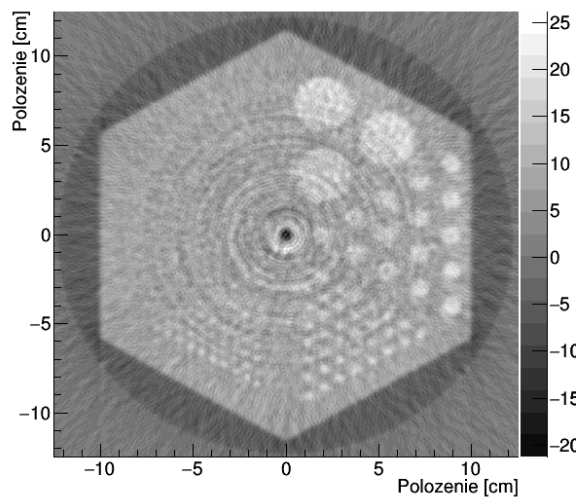
300 projekcji

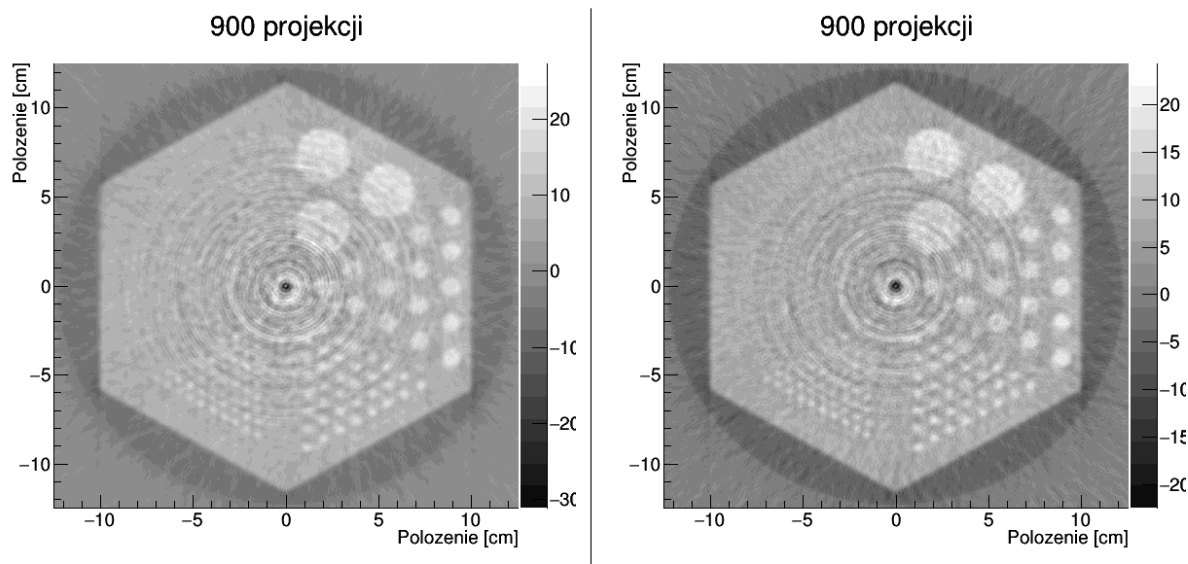


450 projekcji



450 projekcji





9 Wnioski

Po pierwsze należy zauważyć, że poprzez użycie takiej konstrukcji tomografu komputerowego oraz algorytmów rekonstrukcji obrazu tomograf potrafi rozróżnić obiekty o średnicy 3mm, obiektów o średnicy 1mm lub mniejszej już nie. Stosując bardziej skomplikowane geometrie detektora, np. wiązkę w kształcie wachlarza lub piksele mniejszych rozmiarów oraz poprawiając algorytmy rekonstrukcji poprzez np. wycinanie szumów wynik ten można poprawić. Celem pracy jednak nie było zaprojektowanie jak najdokładniejszego tomografu komputerowego oraz algorytmów rekonstrukcji obrazu - poprzez zastosowanie jak najprostszych rozwiązań próbowano ocenić wpływ dodania beczki scyntylacyjnej na zdolność rozdzielczą w teoretycznie najgorszym przypadku.

Zgodnie z przewidywaniami umieszczenie tomografu J-PET wewnątrz tomografu komputerowego ma negatywny wpływ na jego zdolność rozdzielczą, lecz ma to miejsce jedynie dla obrazów rekonstruowanych z niewielkiej ilości projekcji. Obraz zrekonstruowany z 50 projekcji pozwala rozróżnić obiekty o średnicy 1cm w przypadku samego fantomu, natomiast w przypadku fantomu wraz z beczką scyntylacyjną z trudem obserwowalne są obiekty o średnicy 3cm. Wraz ze wzrostem ilości projekcji wynik ten poprawia się. Dla obrazów zrekonstruowanych z 300-450 możliwe jest obserwowanie obiektów o takiej samej średnicy zarówno w przypadku bez jak i z beczką scyntylacyjną.

Uzyskane wyniki świadczą, że jak najbardziej możliwe jest umieszczenie tomografu J-PET wewnątrz tomografu komputerowego bez pogorszenia jego efektywności. Jest to bardzo ważny wynik - obecnie niemal każdy ośrodek medyczny taki jak szpital czy przychodnia posiada tomograf komputerowy, natomiast niewiele ośrodków może pozwolić sobie na zakup tomografu PET/CT głównie ze względu na jego wysoką cenę. Zbudowanie tomografu J-PET umożliwi każdemu ośrodkowi posiadającemu tomograf komputerowy zakup dużo tańszego urządzenia mogącego działać na zasadzie dodatkowego modułu tworząc tomograf J-PET/CT jednocześnie wciąż umożliwiając dokonywanie badań samym tomografem komputerowym.

Literatura

- [1] Ministerstwo Zdrowia, *Narodowy program zwalczania chorób nowotworowych*, dostępny pod adresem <http://www.mz.gov.pl/zdrowie-i-profilaktyka/programy-zdrowotne/wykaz-programow/narodowy-program-zwalczania-chorob-nowotworowych>
- [2] *Clinical PET and PET/CT* H. Jadvar, J.A. Parker
- [3] Radiology.info - tomografia komputerowa <http://www.radiologyinfo.org/en/info.cfm?pg=bodyct>
- [4] Radiology.info - skaner PET-CT http://www.radiologyinfo.org/en/info.cfm?PG=pets#part_nine
- [5] Washington University in st.Louis, Department of Chemistry <http://www.chemistry.wustl.edu/research/nuclear-radiochemistry>
- [6] Moskal P. et al., *Strip-PET: a novel detector concept for the TOF-PET scanner*, Nuclear Medicine Review 15 (2012) C68

- [7] Moskal P. et al., *TOF-PET detector concept based on organic scintillators*, Nuclear Medicine Review 15 (2012) C81
- [8] Moskal P. et al./ *Test of a single module of the J-PET scanner based on plastic scintillators*, Nuclear Inst. and Methods in Physics Research A 764 (2014), pp. 317-321
- [9] Moskal P. et al, *A novel method for the line-of-response and time-of-flight reconstruction in TOF-PET detectors based on a library of synchronized model signals*, Nuclear Inst. and Methods in Physics Research A 775 (2015), 54-62
- [10] P. Moskal, *A hybrid TOF-PET/CT tomograph*, Patent Application No. PCT/EP2014/068373 (2014)
- [11] Johann Radon, *On the determination of functions from their integral values over along certain manifolds.*, IEEE Transactions on Medical Imaging, MI-5, 170-176
- [12] G.N. Ramachandran and A.V. Lakshminarayanan, *Three dimensional reconstructions from radiographs and electron micrographs: Application of convolution instead of fourier transforms*, Proceedings of the National Academy of Sciences, vol. 68, pp. 2236 - 2240, 1971
- [13] A.V. Lakshminarayanan, *Reconstruction from divergent ray data*, tech. rep., Dept.Computer Science, State University of New York at Buffalo, 1975
- [14] A.C. Kak and M. Slaney, *Principles of Computerized Tomographic Imaging*, IEEE,Inc., New York: IEEE Press, 1988.
- [15] L. Shepp and B. Logan, *The Fourier reconstruction of a head section*, IEEE Transactions on Nuclear Science, vol. NS-21, pp. 21-43, 1974.
- [16] Park, Mi-Ae et al. *Design and Fabrication of Phantoms Using Stereolithography for Small-Animal Imaging Systems* Molecular imaging and biology?: MIB?: the official publication of the Academy of Molecular Imaging 10.5 (2008): 231–236. PMC. Web. 24 Aug. 2015.
- [17] Sciencedaily <http://www.sciencedaily.com/releases/2006/05/060502224215.htm>
- [18] Geant4, <http://geant4.cern.ch/>
- [19] GATE, http://wiki.opengatecollaboration.org/index.php/Main_Page
- [20] ROOT, <http://root.cern.ch/drupal/>
- [21] NIST, <http://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/ComTab/vinyl.html>